

6 Testování statistických hypotéz, lineární regrese, korelační koeficient

Příklad 1 Délka jeřábové dráhy byla měřena v m opakováních přístrojem A . Měření (d_1^A, \dots, d_m^A) představují výběr z $N(\ell_A, \sigma_A^2)$. Proveďte:

- Vypočtěte nestranné odhady $\hat{\ell}_A, \hat{\sigma}_A^2$ parametrů ℓ_A, σ_A^2 .
- Sestrojte 95% intervaly spolehlivosti pro parametry ℓ_A, σ_A^2 .
- Otestujte hypotézu, že délka jeřábové dráhy je rovna hodnotě $\ell_0 = 100$ m. Stanovte nejprve nulovou H_0 a alternativní H_1 hypotézu, vyberte testovací kritérium a napište, jaké má rozdělení, sestrojte kritický obor proti H_0 , napište výsledek testu a vypočtěte p -hodnotu.
- Jiná jeřábová dráha byla měřena přístrojem B , měření (d_1^B, \dots, d_n^B) představují výběr z $N(\ell_B, \sigma_B^2)$. Rozhodněte, zda-li přístroje A a B mají stejnou přesnost, tedy $\sigma_A^2 = \sigma_B^2$. Postupujte shodně s bodem c.

Testy provádějte na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Příklad 2 V laboratoři byla zjišťována závislost provozní doby T plně nabitého akumulátoru na teplotě prostředí t . Provozní doba byla zjišťována při n různých teplotách a byla tak získána n dvojic (T_i, t_i) . Proveďte:

- Předpokládejte, že závislost provozní doby akumulátoru na prostředí lze popsat kvadratickou funkcí:

$$T = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 \quad .$$

Odhadněte vyrovnáním hodnoty koeficientů β_i .

- Otestujte hypotézu, že provozní doba akumulátoru nezávisí na teplotě prostředí: $\beta_2 = 0$ a $\beta_1 = 0$.
- Otestujte hypotézu, že provozní doba akumulátoru je lineárně závislá na teplotě prostředí: $\beta_2 = 0$.
- Měřené body a regresní křivku vynesete do grafu. Dále kolem křivky vynesete pás spolehlivosti pro hladinu významnosti 95%.

Příklad 3 Jsou dány váha a výška mužů získané za statistik preventivních lékařských prohlídek. K dispozici jsou data od přibližně 100 mužů. Předpokládejte, že závislost na výšce je lineární a proveďte:

- Výpočet regresních přímek.
- Výpočet korelačního koeficientu r (přímo a pomocí směrnice regresních přímek – kontrola).
- Otestujte hypotézu o velikosti korelačního koeficientu základního souboru ϱ :
 $H_0 : \varrho = 0, H_1 : \varrho \neq 0$.